



UNIVERZITET U NIŠU
FAKULTET ZAŠTITE NA RADU U NIŠU



OSNOVI MAŠINSTVA

- PREZENTACIJA BR. 12 -

Dr Darko Mihajlov, vanr. prof.

SADRŽAJ PREZENTACIJE

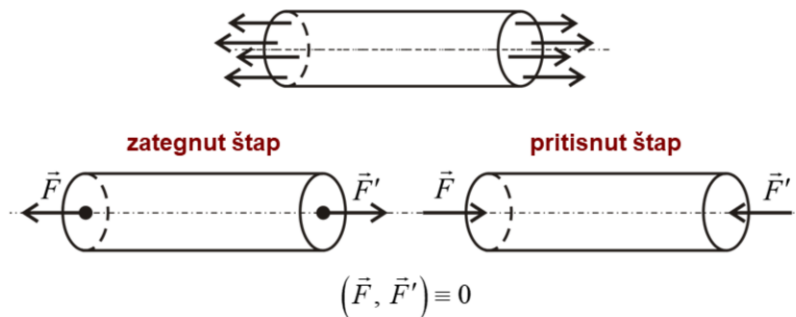
AKSIJALNO NAPREZANJE



- ♦ Osnovni pojmovi i pretpostavke u slučaju aksijalno napregnutog štapa;
- ♦ Određivanje unutrašnjih sila aksijalno napregnutog štapa;
- ♦ Napon u poprečnom preseku aksijalno napregnutog štapa;
- ♦ Deformacija aksijalno napregnutog štapa;
- ♦ Veze između napona i deformacije u slučaju aksijalno napregnutog štapa;
- ♦ Hukov zakon u slučaju aksijalno napregnutog štapa;
- ♦ Proračun elemenata opterećenih na aksijalno naprezanje.

OSNOVI MAŠINSTVA

Osnovni pojmovi i pretpostavke



U slučaju aksijalnog naprezanja, u poprečnom preseku štapa je normalna sila različita od nule, a ostale komponente unutrašnjih sila su jednake nuli:

$$N \neq 0 ; T = M = 0$$

OSNOVI MAŠINSTVA

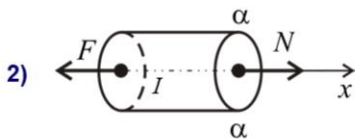
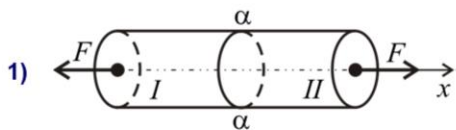
Aksijalno naprezanje je slučaj naprezanja kada na oba kraja štapa djeluju **sistemi spoljašnjih sila**, od kojih se svaki **svodi na rezultantu** koja djeluje u pravcu ose štapa.

U zavisnosti od smera ovih sila, štap je **zategnut** (slika levo) ili **pritisnut** (slika desno).

Sile koje djeluju na krajevima štapa moraju da budu u ravnoteži.

U slučaju aksijalnog naprezanja, u poprečnom preseku štapa je normalna sila različita od nule, a ostale komponente unutrašnjih sila su jednake nuli.

Određivanje unutrašnjih sila aksijalno napregnutog štapa



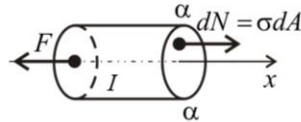
3) $\sum X = 0: -F + N = 0 \Rightarrow \boxed{N = F}$

OSNOVI MAŠINSTVA

Unutrašnje sile aksijalno napregnutog štapa se određuju Metodom preseka na sledeći način:

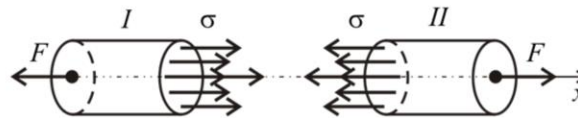
1. Aksijalno napregnut štap se preseče na delove I i II nekom ravni α - α koja je upravna na osu štapa;
2. Ukloni se deo II i njegov uticaj na odsečeni deo I se zameni silom N ;
3. Unutrašnja normalna sila N se određuje postavljanjem uslova ravnoteže zbira spoljašnjih sila i unutrašnje sile u pravcu ose x . *Unutrašnja sila N jednaka je sili spoljašnjeg opterećenja F .* Normalna sila se smatra pozitivnom ako izaziva zatezanje (dejstvuje od preseka), a negativnom ako izaziva pritisak (dejstvuje ka preseku).

Napon u poprečnom preseku aksijalno napregnutog štapa



$$N = \int_{(A)} \sigma dA = \sigma \int_{(A)} dA = \sigma A$$

Bernulijeva hipoteza: $\sigma = \text{const.}$



$$\left. \begin{array}{l} N = F \\ N = \sigma A \end{array} \right\} \Rightarrow \sigma = \frac{N}{A} = \frac{F}{A} \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{Pa} \right]$$

OSNOVI MAŠINSTVA

Normalni napon u poprečnom preseku aksijalno napregnutog štapa se određuje primenom Metode preseka:

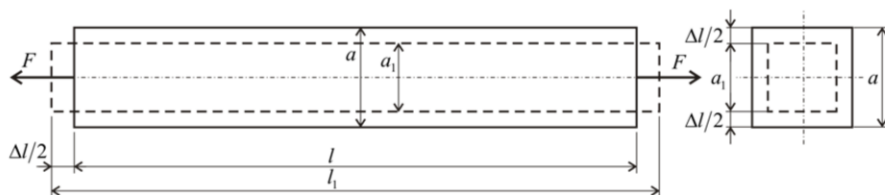
Na beskonačno malu površinu dA deluje elementarna unutrašnja sila $dN = \sigma dA$.

Po Aksiomi o jednakosti dejstva i protivdejstva, unutrašnje sile u preseku α - α dela I jednake su unutrašnjim silama u preseku α - α dela II.

Ukupna unutrašnja sila N jednaka je integralu po površini poprečnog preseka štapa elementarne unutrašnje sile, odnosno proizvodu normalnog napona u poprečnom preseku i površine poprečnog preseka.

Vrednost normalnog napona u poprečnom preseku u funkciji sile spoljašnjeg opterećenja se određuje iz uslova da je unutrašnja sila jednaka sili spoljašnjeg opterećenja, i da je takođe jednaka proizvodu normalnog napona u poprečnom preseku i površine poprečnog preseka.

Deformacija aksijalno napregnutog štapa



Apsolutna promena dužine štapa
(izduženje / produženje):

$$\Delta l = l_1 - l$$

Relativna promena dužine štapa:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{l_1 - l}{l}$$

Poprečna dilatacija:

$$\varepsilon_p = \frac{\Delta a}{a} = \frac{a_1 - a}{a}$$

Poasonov zakon:

$$\varepsilon_p = -\mu \varepsilon$$

Poasonov koeficijent, $0 < \mu < 1/2$

OSNOVI MAŠINSTVA

Deformaciju štapa koji je napregnut aksijalno predstavlja **promena dužine štapa** (izduženje / produženje). Promenu dužine štapa je moguće predstaviti u apsolutnom i relativnom obliku.

Apsolutna promena dužine štapa Δl jednaka je razlici dužine štapa posle deformacije i prvobitne dužine štapa. Može da bude pozitivna ili negativna u zavisnosti od smera dejstva spoljašnjih sila.

Relativna promena dužine štapa ε jednaka je količniku apsolutne promene dužine i prvobitne dužine štapa i zove se **dilatacija**. Dilatacija je neimenovan broj i predstavlja podužnu (uzdužnu) dilataciju.

Poprečna dilatacija ε_p predstavlja relativnu promenu karakteristične dimenzije poprečnog preseka štapa i jednaka je količniku apsolutne promene karakteristične dimenzije poprečnog preseka štapa i prvobitne karakteristične dimenzije.

Podužnu i poprečnu dilataciju povezuje Poasonov zakon.

Podužna i poprečna dilatacija su uvek različitog znaka, proporcionalne su, a koeficijent proporcionalnosti μ zavisi od vrste materijala i određuje se eksperimentalno.

Veze između napona i deformacije aksijalno napregnutog štapa

Test istezanja štapa



*Mašina za test
zatezanja sa
automatskim
beleženjem
izmerenih podataka*



*Eksperiment
zatezanja
čelične epruvete*



*Tipična čelična
epruveta sa
ekstenzometrom
koji meri
izduženje*



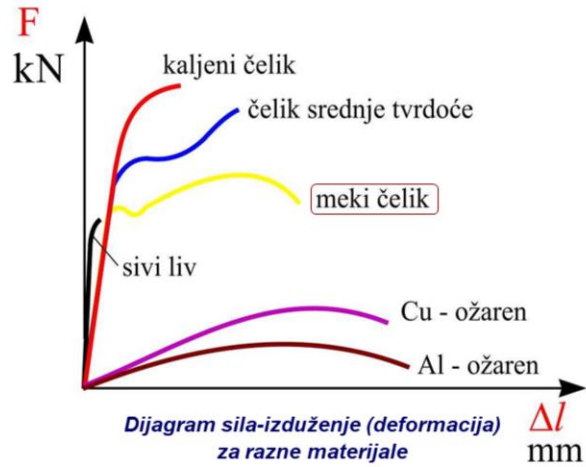
*Test na pritisak
epruvete od kamena
za dobijanje
čvrstoće na pritisak,
modula elastičnosti
i Poasonovog koef.*

OSNOVI MAŠINSTVA

Eksperiment koji daje osnovne podatke o ponašanju materijala prilikom aksijalnog naprežanja je **test istezanja štapa**, tj. epruvete specijalnog oblika koja se isteže u **mašini za istezanje** (kidalici).

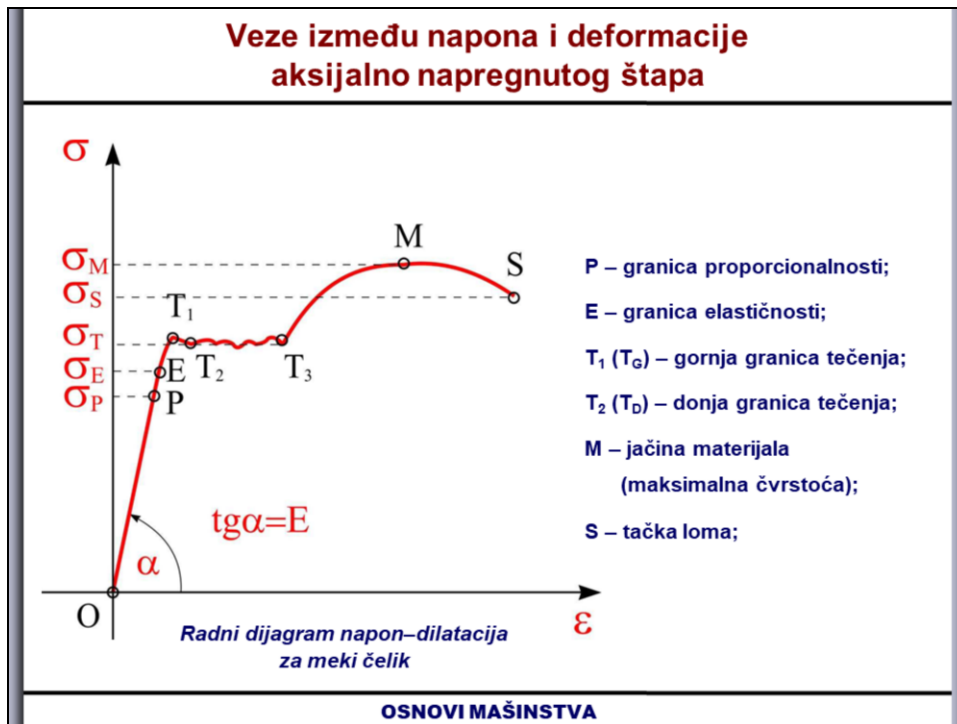
Veze između napona i deformacije aksijalno napregnutog štapa

Rezultat testa istezanja štapa



OSNOVI MAŠINSTVA

Kao rezultat testa istezanja štapa se dobija radni dijagram sila-izduženje ili napon-deformacija. Na slici su prikazani rezultati testa istezanja za različite vrste materijala.



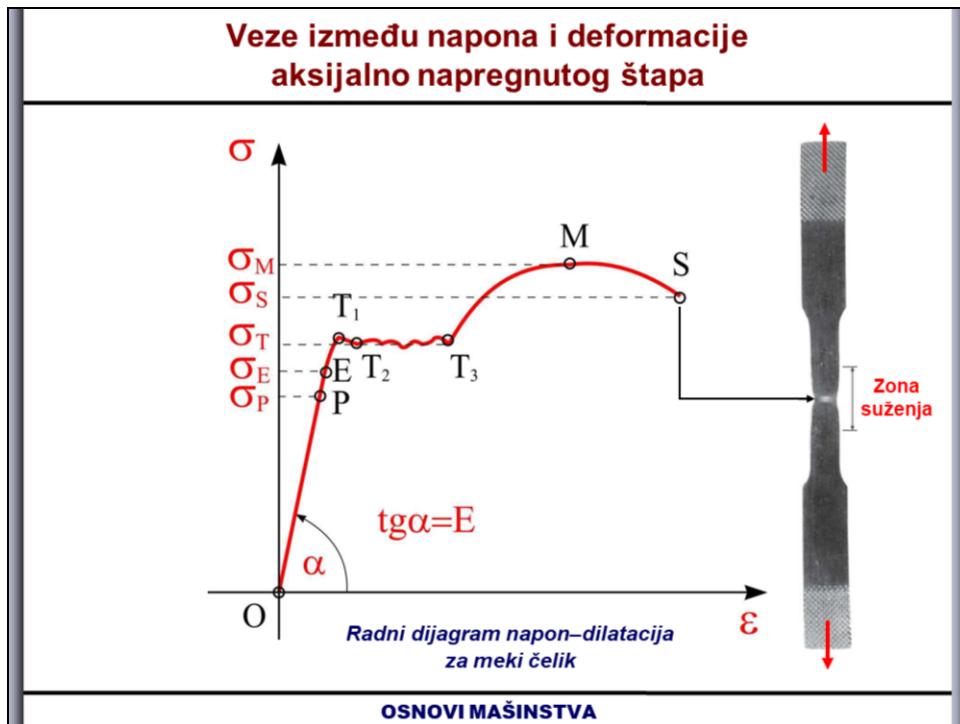
U radnom dijagramu napon-dilatacija za meki čelik se uočavaju pojedine karakteristične tačke.

Granica proporcionalnosti – P: Materijal se do tačke P rasteže srazmerno opterećenju. Za određeni porast sile F , proporcionalno će porasti i izduženje Δl . Sve deformacije materijala u ovom području su elastične. Epruveta se po prestanku opterećenja vraća na početnu dužinu l , a apsolutna izduženja Δl su vrlo mala.

Granica elastičnosti – E: Epruveta se prekoračenjem ove tačke više ne vraća na početnu dužinu l , već ostaje za određenu vrednost duža, pa će epruveta trajno promeniti oblik i dimenzije. Tačku E je vrlo teško odrediti, zbog čega je dovoljno poznavati **tehničku granicu elastičnosti** - naprezanje pri kojem nastaju trajne deformacije 0,01% do 0,05% u odnosu na prvobitnu dužinu epruvete l . Granica elastičnosti je najvažnija osobina konstrukcijskih materijala, jer je to krajnja granica do koje se smeju opteretiti delovi konstrukcije. Razmak tačaka P i E je manji što je materijal bolji, a jako je izražen samo kod mekog čelika.

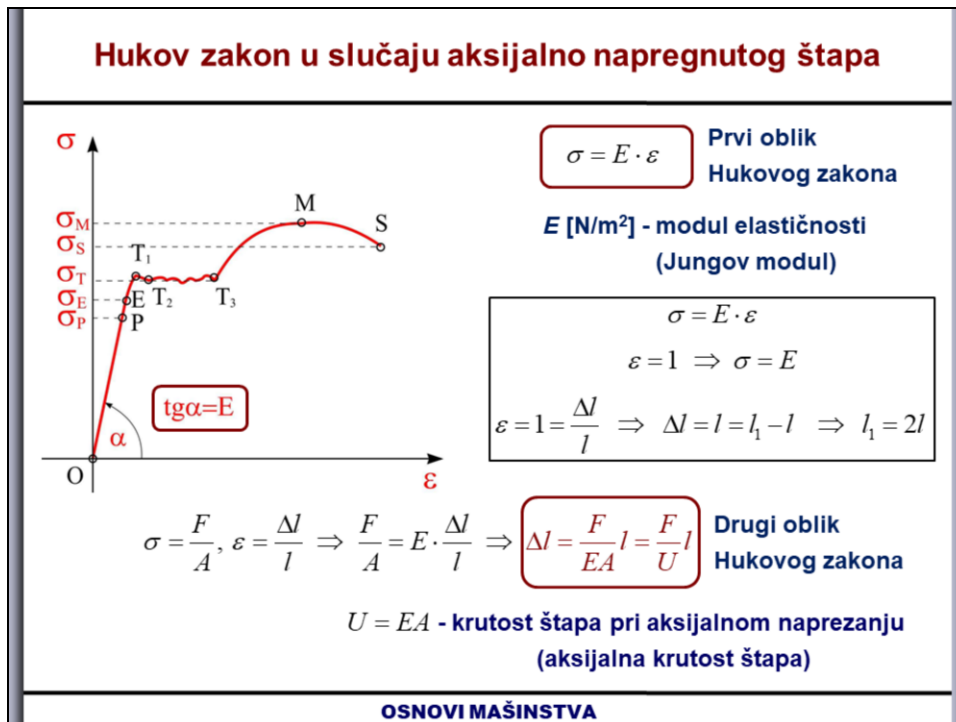
Gornja T₁ i donja T₂ granica plastičnog tečenja: Iznad granice elastičnosti produženja i dalje rastu, ali više nisu srazmerna sili. Kod čelika i nekih legura dolazi do naglog pada napona posle tačke T₁ (T_G), a zatim do povećanja deformacija bez povećanja napona (deo T₂-T₃) kada telo prestaje da pruža bilo kakav otpor, kao da **materijal teče**. Kod mekog čelika u zoni tečenja produženja rastu i uz pad sile. To je zona velikih i trajnih deformacija. Na materijalu se golim okom mogu uočiti kose crte - sitne pukotine, tzv. *Ludersove crte*. Granica tečenja se u slučaju zatezanja naziva još i **granica razvlačenja** ili granica velikih izduženja, a u slučaju pritiska **granica gnječenja**. Kraj zone tečenja ili popuštanja je u tački T₃, koja je za meki čelik jasno izražena porastom sile. Za one materijale gde ta granica nije jasno određena, donja granica tečenja je određena onim naprezanjem pri kojem nastaje trajno produženje od 0,2% prvobitne dužine štapa. Ovo naprezanje nosi oznaku $\sigma_{0,2}$.

nastavak ...



Jačina materijala (maksimalna čvrstoća) – M: Od tačke T_3 pa sve do tačke M dilatacija (produženje) nastavlja da raste sa porastom napona (sile). Sila F dostiže u tački M svoju najveću vrednost F_M . Maksimalna sila F_M podeljena s prvobitnom površinom preseka epruvete A daje zateznu (maksimalnu) čvrstoću ili jačinu materijala koja se označava sa σ_M . Iako epruveta još nije fizički slomljena, suženje (kontrakcija) njenog tela je izraženo, pa sile (a time i naponi) za njene dalje deformacije opadaju.

Tačka loma – S: Posle tačke M dolazi do daljeg izduženja epruvete uz pad sile. Ta izduženja imaju lokalni karakter i događaju se samo u **zoni suženja**, gde je površina preseka najmanja, sve dok se materijal konačno ne razdvoji. Krti materijali nemaju zonu M-S ili **područje klonulosti**. Kod njih nema pojave suženja epruvete, a lom materijala se događa pri vrlo malim deformacijama. Napon koji odgovara tački S se naziva **napon pri lomu** σ_S .



Robert Huk (*Robert Hooke*, 1635-1703) je formulisao zakon o proporcionalnosti između sile i deformacije.

Na osnovu ispitivanja probnih epruveta na mašinama na zatezanje - kidalicama, utvrđena je **proporcionalnost** između spoljašnje sile i apsolutne promene dužine (deformacije) epruvete u oblasti do granice proporcionalnosti.

Proporcionalnost se uspostavlja između napona i dilatacije kao $\sigma = E\varepsilon$, gde **E** predstavlja koeficijent proporcionalnosti i naziva se **modul elastičnosti** ili **Jungov modul**. Ima dimenziju napona (jedinica: N/m²).

Relacija $\sigma = E\varepsilon$ predstavlja **prvi oblik Hukovog zakona** koji glasi: Napon je linearna funkcija dilatacije.

U dijagramu napona i dilatacije, modul elastičnosti materijala predstavlja tangens ugla između početnog dela linije dijagrama i ose ε .

Modul elastičnosti je karakteristika pojedinih vrsta materijala u određenim uslovima.

Ako se u jednačini $\sigma = E\varepsilon$ uzme da je $\varepsilon = 1$ (100%), što znači da je krajnja dužina duplo veća od početne ($l_1 = 2l$), modul elastičnosti E je moguće definisati kao **napon koji udvostručuje početnu dužinu epruvete**.

Drugi oblik Hukovog zakona glasi da je izduženje štapa proporcionalno sa normalnom silom N ($N = F$) i dužinom grede l , a obrnuto proporcionalno sa veličinom EA - aksijalnom krutošću štapa. Ovo važi samo ako su površina poprečnog preseka A i normalna sila N konstantni po celoj dužini štapa.

Proračun elemenata opterećenih na aksijalno naprezanje

- ✓ Provera napona
- ✓ Provera nosivosti
- ✓ Dimenzionisanje



OSNOVI MAŠINSTVA

U inženjerskoj praksi je potrebno rešiti zadatke provere napona, nosivosti, ili odrediti površinu poprečnog preseka elementa opterećenog na aksijalno naprezanje.

Provera napona se vrši poređenjem stvarnog napona sa dozvoljenim naponom na aksijalno naprezanje (zatezanje ili pritisak).

Vrednost *stvarnog napona* ne sme da prekorači vrednost dozvoljenog napona. Stvarni napon se sračunava kao količnik sile i površine poprečnog preseka.

Dozvoljeni napon zavisi od vrste materijala i njegova vrednost se uzima iz tablica koje su sačinjene na osnovu eksperimentalnih rezultata.

Nosivost podrazumeva maksimalnu aksijalnu silu opterećenja koja ne bi izazvala plastičnu deformaciju elementa. Ova sila se određuje kao proizvod dozvoljenog napona na aksijalno naprezanje (zatezanje ili pritisak) i površine poprečnog preseka.

Površina poprečnog preseka (dimenzija poprečnog preseka) se određuje *postupkom dimenzionisanja*, što podrazumeva računanje površine kao količnika aksijalne sile i dozvoljenog napona na aksijalno naprezanje (zatezanje ili pritisak).

Kontrolna pitanja 12



1. Objasniti opšte pojmove i pretpostavke u slučaju aksijalnog naprezanja.
2. Kako se sračunava normalni napon u poprečnom preseku aksijalno napregnutog štapa?
3. Objasniti deformaciju aksijalno napregnutog štapa.
4. Objasniti vezu između napona i deformacije aksijalno napregnutog štapa.
5. Napisati i objasniti dva oblika Hukovog zakona za slučaj aksijalnog naprezanja.